

Institut EURECOM  
2229, route des Crêtes  
B.P. 193  
06904 Sophia Antipolis  
FRANCE

Research Report N° RR-96-019  
**Défocalisation en Spatialisation Video  
à partir de Trois Vues de Référence**  
**(Expressions Analytiques)**

Katia Fintzel      Jean-Luc Dugelay

*28 février 1996*

Telephone:	+33 93 00 26 26	E-mail:	
Jean-Luc Dugelay:	+33 93 00 26 41	dugelay@eurecom.fr	
Katia Fintzel:	+33 93 00 26 74	fintzel@eurecom.fr	
Fax:	+33 93 00 26 27		

## Résumé

Dans le cadre du projet de **TR**Aitement des **Im**ages **VI**rtuelles, ce rapport interne met l'accent sur les différentes expressions analytiques du système trilinéaire associé à une séquence de trois vues quelconques d'une même scène 3D. Un système de correspondance entre les paramètres de chacune de ces formes est d'ailleurs mis en évidence.

Enfin, nous détaillons là aussi de façon analytique, l'une des extensions de la méthode de resynthèse de l'une des trois vues de référence en fonction des deux autres et des paramètres pré-cités: la défocalisation pour la Spatialisation Vidéo. Cette extension est d'ailleurs étudiée pour toutes les expressions trilinéaires vues précédemment.

# Contents

Abstract	i
1 Introduction	1
2 Les relations trilinéaires	1
3 Changement de focale de la caméra intermédiaire	6
4 Exemples de vues synthétisées par défocalisation	13
5 Conclusion	15
References	16

## 1 Introduction

Ce rapport interne complète les travaux publiés dans *CORESA'96* et *IMAGE'COM 96*. Ces travaux en Spatialisation Vidéo sont réalisés dans le cadre du projet interne en télé-virtualité: TRAIIVI, dont le but est de créer et de gérer des espaces virtuels de réunion les plus réalistes possibles via des liaisons bas débit. En effet, par le biais de la Spatialisation Vidéo, nous comptons être en mesure de restituer des images en fonction de la place et de l'orientation "virtuelles" des centres d'intérêt de chaque participant. C'est précisément ce qui nous différencie des systèmes de visio-conférence actuels, qui imposent encore à chaque conférencier un point de vue général sur la scène. Enfin rappelons que cette étude a été motivée par le fait qu'aucun modèle artificiel de la scène 3D n'est créé et qu'au contraire les resynthèses de points de vue de la scène sont réalisées à partir d'images réelles de référence, afin de garantir le réalisme de la scène visualisée.

Les travaux concernant la Spatialisation Vidéo menés à EURECOM s'échelonnent en plusieurs étapes. Dans un premier temps, nous avons validé une phase de reconstruction d'une vue de scène 3D à partir de deux de ses vues voisines non calibrées [1]. Cette étude basée entièrement sur la théorie de la Trilinéarité, nous a permis d'établir une méthode de resynthèse d'image composée de deux étapes:

- l'estimation de dix-huit paramètres à partir d'une séquence de trois vues de la scène,
- la reconstruction d'une vue en fonction des paramètres pré-cités et des deux autres vues.

Nous avons essayé ensuite d'extrapoler cette méthode, afin de synthétiser des vues *a priori* inexistantes de cette même scène 3D, en jouant sur l'ordre des vues de référence pour la resynthèse, ou directement sur les valeurs estimées des paramètres [2] [3].

C'est l'une des extensions concernant les variations directes des paramètres pré-calculés, qui est présentée ici, après un rappel complet des différentes expressions analytiques du système trilinéaire associé à trois vues d'une même scène 3D. En effet, en annexe de l'ensemble des travaux, cette note technique concerne la Défocalisation en Spatialisation Vidéo, c'est à dire la synthèse de vues inconnues de la scène 3D, qui correspondent aux vues, que nous aurions obtenues si la focale de la caméra correspondant à la vue à reconstruire avait été autres.

## 2 Les relations trilinéaires

Soit  $P$  un point de l'espace homogène, il se projette sur les rétines de 3 caméras  $C1$ ,  $C2$  et  $C3$  respectivement en  $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_3$  via les trois matrices de projection  $M^1$ ,

$M^2$  et  $M^3$ . On a donc:

$$M^1.P = p_1 = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

avec:

$$M^1 = I_{3X4} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

soit:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{i_1.P}{i_3.P} \\ \frac{i_2.P}{i_3.P} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{cases} (i_3.x - i_1).P = 0 \\ (i_3.y - i_2).P = 0 \end{cases} \quad (1)$$

De la même façon on obtient en considérant les projections pour les deux autres caméras:

$$M^2.P = p_2 = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

avec:

$$M^2 = A_{3X4} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

D'où:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_1.P}{a_3.P} \\ \frac{a_2.P}{a_3.P} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{cases} (a_3.x' - a_1).P = 0 \\ (a_3.y' - a_2).P = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Et:

$$M^3.P = p_3 = \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix}$$

avec:

$$M^3 = B_{3X4} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

D'où:

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{b_1.P}{b_3.P} \\ \frac{b_2.P}{b_3.P} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{cases} (b_3.x'' - b_1).P = 0 \\ (b_3.y'' - b_2).P = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Les systèmes (1), (2) et (3) peuvent être regroupés sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{pmatrix} i_3.x - i_1 \\ i_3.y - i_2 \\ a_3.x' - a_1 \\ a_3.y' - a_2 \\ b_3.x'' - b_1 \\ b_3.y'' - b_2 \end{pmatrix} .P = 0_{6X1} \quad (4)$$

La matrice ci-dessus est de dimension 3, donc tous ses déterminants  $4 \times 4$  s'annulent et on a [4]:

$$\begin{vmatrix} i_3.x - i_1 \\ i_3.y - i_2 \\ a_3.x' - a_1 \\ b_3.x'' - b_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i_3.x - i_1 \\ i_3.y - i_2 \\ a_3.x' - a_1 \\ b_3.y'' - b_2 \end{vmatrix} = 0 \quad (5)$$

$$\begin{vmatrix} i_3.x - i_1 \\ i_3.y - i_2 \\ a_3.y' - a_2 \\ b_3.x'' - b_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i_3.x - i_1 \\ i_3.y - i_2 \\ a_3.y' - a_2 \\ b_3.y'' - b_2 \end{vmatrix} = 0 \quad (6)$$

$$\begin{vmatrix} i_3.x - i_1 \\ i_3.y - i_2 \\ a_3.x' - a_1 \\ b_3.x'' - b_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i_3.x - i_1 \\ i_3.y - i_2 \\ a_3.y' - a_2 \\ b_3.x'' - b_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

$$\begin{vmatrix} i_3.x - i_1 \\ i_3.y - i_2 \\ a_3.x' - a_1 \\ b_3.y'' - b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i_3.x - i_1 \\ i_3.y - i_2 \\ a_3.y' - a_2 \\ b_3.y'' - b_2 \end{vmatrix} = 0 \quad (8)$$

Le développement des déterminants donnés par l'équation (5) nous donne la première forme trilineaire suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} x''x'((a_{31}b_{34} - a_{34}b_{31})x + (a_{32}b_{34} - a_{34}b_{32})y + (a_{33}b_{34} - a_{34}b_{33})) + \\ x''((a_{14}b_{31} - a_{11}b_{34})x + (a_{14}b_{32} - a_{12}b_{34})y + (a_{14}b_{33} - a_{13}b_{34})) + \\ x'((a_{34}b_{11} - a_{31}b_{14})x + (a_{34}b_{12} - a_{32}b_{14})y + (a_{34}b_{13} - a_{33}b_{14})) + \\ (a_{11}b_{14} - a_{14}b_{11})x + (a_{12}b_{14} - a_{14}b_{12})y + (a_{13}b_{14} - a_{14}b_{13}) = 0 \\ y''x'((a_{31}b_{34} - a_{34}b_{31})x + (a_{32}b_{34} - a_{34}b_{32})y + (a_{33}b_{34} - a_{34}b_{33})) + \\ y''((a_{14}b_{31} - a_{11}b_{34})x + (a_{14}b_{32} - a_{12}b_{34})y + (a_{14}b_{33} - a_{13}b_{34})) + \\ x'((a_{34}b_{21} - a_{31}b_{24})x + (a_{34}b_{22} - a_{32}b_{24})y + (a_{34}b_{23} - a_{33}b_{24})) + \\ (a_{11}b_{24} - a_{14}b_{21})x + (a_{12}b_{24} - a_{14}b_{22})y + (a_{13}b_{24} - a_{14}b_{23}) = 0 \end{array} \right. \quad (9)$$

La seconde forme est obtenue à partir de l'équation (6):

$$\left\{ \begin{array}{l} x''y'((a_{31}b_{34} - a_{34}b_{31})x + (a_{32}b_{34} - a_{34}b_{32})y + (a_{33}b_{34} - a_{34}b_{33})) + \\ x''((a_{24}b_{31} - a_{21}b_{34})x + (a_{24}b_{32} - a_{22}b_{34})y + (a_{24}b_{33} - a_{23}b_{34})) + \\ y'((a_{34}b_{11} - a_{31}b_{14})x + (a_{34}b_{12} - a_{32}b_{14})y + (a_{34}b_{13} - a_{33}b_{14})) + \\ (a_{21}b_{14} - a_{24}b_{11})x + (a_{22}b_{14} - a_{24}b_{12})y + (a_{23}b_{14} - a_{24}b_{13}) = 0 \\ y''y'((a_{31}b_{34} - a_{34}b_{31})x + (a_{32}b_{34} - a_{34}b_{32})y + (a_{33}b_{34} - a_{34}b_{33})) + \\ y''((a_{24}b_{31} - a_{21}b_{34})x + (a_{24}b_{32} - a_{22}b_{34})y + (a_{24}b_{33} - a_{23}b_{34})) + \\ y'((a_{34}b_{21} - a_{31}b_{24})x + (a_{34}b_{22} - a_{32}b_{24})y + (a_{34}b_{23} - a_{33}b_{24})) + \\ (a_{21}b_{24} - a_{24}b_{21})x + (a_{22}b_{24} - a_{24}b_{22})y + (a_{23}b_{24} - a_{24}b_{23}) = 0 \end{array} \right. \quad (10)$$

De même pour la troisième:

$$\left\{ \begin{array}{l} x'x''((a_{31}b_{34} - a_{34}b_{31})x + (a_{32}b_{34} - a_{34}b_{32})y + (a_{33}b_{34} - a_{34}b_{33})) + \\ x'((a_{34}b_{11} - a_{31}b_{14})x + (a_{34}b_{12} - a_{32}b_{14})y + (a_{34}b_{13} - a_{33}b_{14})) + \\ x''((a_{14}b_{31} - a_{11}b_{34})x + (a_{14}b_{32} - a_{12}b_{34})y + (a_{14}b_{33} - a_{13}b_{34})) + \\ (a_{11}b_{14} - a_{14}b_{11})x + (a_{12}b_{14} - a_{14}b_{12})y + (a_{13}b_{14} - a_{14}b_{13}) = 0 \\ y'x''((a_{31}b_{34} - a_{34}b_{31})x + (a_{32}b_{34} - a_{34}b_{32})y + (a_{33}b_{34} - a_{34}b_{33})) + \\ y'((a_{34}b_{11} - a_{31}b_{14})x + (a_{34}b_{12} - a_{32}b_{14})y + (a_{34}b_{13} - a_{33}b_{14})) + \\ x''((a_{24}b_{31} - a_{21}b_{34})x + (a_{24}b_{32} - a_{22}b_{34})y + (a_{24}b_{33} - a_{23}b_{34})) + \\ (a_{21}b_{14} - a_{24}b_{11})x + (a_{22}b_{14} - a_{24}b_{12})y + (a_{23}b_{14} - a_{24}b_{13}) = 0 \end{array} \right. \quad (11)$$

Et la quatrième:

$$\left\{ \begin{array}{l} x'y''((a_{31}b_{34} - a_{34}b_{31})x + (a_{32}b_{34} - a_{34}b_{32})y + (a_{33}b_{34} - a_{34}b_{33})) + \\ x'((a_{34}b_{21} - a_{31}b_{24})x + (a_{34}b_{22} - a_{32}b_{24})y + (a_{34}b_{23} - a_{33}b_{24})) + \\ y''((a_{14}b_{31} - a_{11}b_{34})x + (a_{14}b_{32} - a_{12}b_{34})y + (a_{14}b_{33} - a_{13}b_{34})) + \\ (a_{11}b_{24} - a_{14}b_{21})x + (a_{12}b_{24} - a_{14}b_{22})y + (a_{13}b_{24} - a_{14}b_{23}) = 0 \\ y'y''((a_{31}b_{34} - a_{34}b_{31})x + (a_{32}b_{34} - a_{34}b_{32})y + (a_{33}b_{34} - a_{34}b_{33})) + \\ y'((a_{34}b_{21} - a_{31}b_{24})x + (a_{34}b_{22} - a_{32}b_{24})y + (a_{34}b_{23} - a_{33}b_{24})) + \\ y''((a_{24}b_{31} - a_{21}b_{34})x + (a_{24}b_{32} - a_{22}b_{34})y + (a_{24}b_{33} - a_{23}b_{34})) + \\ (a_{21}b_{24} - a_{24}b_{21})x + (a_{22}b_{24} - a_{24}b_{22})y + (a_{23}b_{24} - a_{24}b_{23}) = 0 \end{array} \right. \quad (12)$$

Ces formes peuvent être ré-écrites plus simplement de la façon suivante:

1<sup>ère</sup> forme:

$$\left\{ \begin{array}{l} x''(\alpha_1x + \alpha_2y + \alpha_3) + x'x'(\alpha_4x + \alpha_5y + \alpha_6) + x'(\alpha_7x + \alpha_8y + \alpha_9) + \alpha_{10}x + \alpha_{11}y + \alpha_{12} = 0 \\ y''(\alpha_1x + \alpha_2y + \alpha_3) + y'x'(\alpha_4x + \alpha_5y + \alpha_6) + x'(\alpha_{13}x + \alpha_{14}y + \alpha_{15}) + \alpha_{16}x + \alpha_{17}y + \alpha_{18} = 0 \end{array} \right.$$

2<sup>ième</sup> forme:

$$\left\{ \begin{array}{l} x''(\beta_1x + \beta_2y + \beta_3) + x'y'(\beta_4x + \beta_5y + \beta_6) + y'(\beta_7x + \beta_8y + \beta_9) + \beta_{10}x + \beta_{11}y + \beta_{12} = 0 \\ y''(\beta_1x + \beta_2y + \beta_3) + y'y'(\beta_4x + \beta_5y + \beta_6) + y'(\beta_{13}x + \beta_{14}y + \beta_{15}) + \beta_{16}x + \beta_{17}y + \beta_{18} = 0 \end{array} \right.$$

3<sup>ième</sup> forme:

$$\left\{ \begin{array}{l} x'(\gamma_1x + \gamma_2y + \gamma_3) + x'x''(\gamma_4x + \gamma_5y + \gamma_6) + x''(\gamma_7x + \gamma_8y + \gamma_9) + \gamma_{10}x + \gamma_{11}y + \gamma_{12} = 0 \\ y'(\gamma_1x + \gamma_2y + \gamma_3) + y'x''(\gamma_4x + \gamma_5y + \gamma_6) + x''(\gamma_{13}x + \gamma_{14}y + \gamma_{15}) + \gamma_{16}x + \gamma_{17}y + \gamma_{18} = 0 \end{array} \right.$$

4<sup>ième</sup> forme:

$$\left\{ \begin{array}{l} x'(\theta_1x + \theta_2y + \theta_3) + x'y''(\theta_4x + \theta_5y + \theta_6) + y''(\theta_7x + \theta_8y + \theta_9) + \theta_{10}x + \theta_{11}y + \theta_{12} = 0 \\ y'(\theta_1x + \theta_2y + \theta_3) + y'y''(\theta_4x + \theta_5y + \theta_6) + y''(\theta_{13}x + \theta_{14}y + \theta_{15}) + \theta_{16}x + \theta_{17}y + \theta_{18} = 0 \end{array} \right.$$

Les 52 paramètres ci-dessus ne sont pas indépendants les uns des autres, il existe en effet le système de correspondance ci-dessous entre ces paramètres:

$$\left\{ \begin{array}{l}
a_{14}b_{31} - a_{11}b_{34} = \alpha_1 = \gamma_7 = \theta_7 \\
a_{14}b_{32} - a_{12}b_{34} = \alpha_2 = \gamma_8 = \theta_8 \\
a_{14}b_{33} - a_{13}b_{34} = \alpha_3 = \gamma_9 = \theta_9 \\
a_{31}b_{34} - a_{34}b_{31} = \alpha_4 = \beta_4 = \gamma_4 = \theta_4 \\
a_{32}b_{34} - a_{34}b_{32} = \alpha_5 = \beta_5 = \gamma_5 = \theta_5 \\
a_{33}b_{34} - a_{34}b_{33} = \alpha_6 = \beta_6 = \gamma_6 = \theta_6 \\
a_{34}b_{11} - a_{31}b_{14} = \alpha_7 = \beta_7 = \gamma_1 \\
a_{34}b_{12} - a_{32}b_{14} = \alpha_8 = \beta_8 = \gamma_2 \\
a_{34}b_{13} - a_{33}b_{14} = \alpha_9 = \beta_9 = \gamma_3 \\
a_{11}b_{14} - a_{14}b_{11} = \alpha_{10} = \gamma_{10} \\
a_{12}b_{14} - a_{14}b_{12} = \alpha_{11} = \gamma_{11} \\
a_{13}b_{14} - a_{14}b_{13} = \alpha_{12} = \gamma_{12} \\
a_{34}b_{21} - a_{31}b_{24} = \alpha_{13} = \beta_{13} = \theta_1 \\
a_{34}b_{22} - a_{32}b_{24} = \alpha_{14} = \beta_{14} = \theta_2 \\
a_{34}b_{23} - a_{33}b_{24} = \alpha_{15} = \beta_{15} = \theta_3 \\
a_{11}b_{24} - a_{14}b_{21} = \alpha_{16} = \theta_{10} \\
a_{12}b_{24} - a_{14}b_{22} = \alpha_{17} = \theta_{11} \\
a_{13}b_{24} - a_{14}b_{23} = \alpha_{18} = \theta_{12} \\
a_{24}b_{31} - a_{21}b_{34} = \beta_1 = \gamma_{13} = \theta_{13} \\
a_{24}b_{32} - a_{22}b_{34} = \beta_2 = \gamma_{14} = \theta_{14} \\
a_{24}b_{33} - a_{23}b_{34} = \beta_3 = \gamma_{15} = \theta_{15} \\
a_{21}b_{14} - a_{24}b_{11} = \beta_{10} = \gamma_{16} \\
a_{22}b_{14} - a_{24}b_{12} = \beta_{11} = \gamma_{17} \\
a_{23}b_{14} - a_{24}b_{13} = \beta_{12} = \gamma_{18} \\
a_{21}b_{24} - a_{24}b_{21} = \beta_{16} = \theta_{16} \\
a_{22}b_{24} - a_{24}b_{22} = \beta_{17} = \theta_{17} \\
a_{23}b_{24} - a_{24}b_{23} = \beta_{18} = \theta_{18}
\end{array} \right. \quad (13)$$

Or on connaît l'expression complète des deux matrices de projection  $A_{3X4}$  et  $B_{3X4}$ :

$$A_{3X4} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}$$

$$A_{3X4} = \begin{pmatrix} r_{11}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{31}^2 \cdot u_0^2 & r_{12}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{32}^2 \cdot u_0^2 & r_{13}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{33}^2 \cdot u_0^2 & t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2 \\ r_{21}^2 \cdot k_v^2 \cdot f^2 + r_{31}^2 \cdot v_0^2 & r_{22}^2 \cdot k_v^2 \cdot f^2 + r_{32}^2 \cdot v_0^2 & r_{23}^2 \cdot k_v^2 \cdot f^2 + r_{33}^2 \cdot v_0^2 & t_2^2 \cdot k_v^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot v_0^2 \\ r_{31}^2 & r_{32}^2 & r_{33}^2 & t_3^2 \end{pmatrix} \quad (14)$$

De même:



$$B_{3X4} = \begin{pmatrix} r_{11}^3.k_u^3.f^3 + r_{31}^3.u_0^3 & r_{12}^3.k_u^3.f^3 + r_{32}^3.u_0^3 & r_{13}^3.k_u^3.f^3 + r_{33}^3.u_0^3 & t_1^3.k_u^3.f^3 + t_3^3.u_0^3 \\ r_{21}^3.k_v^3.f^3 + r_{31}^3.v_0^3 & r_{22}^3.k_v^3.f^3 + r_{32}^3.v_0^3 & r_{23}^3.k_v^3.f^3 + r_{33}^3.v_0^3 & t_2^3.k_v^3.f^3 + t_3^3.v_0^3 \\ r_{31}^3 & r_{32}^3 & r_{33}^3 & t_3^3 \end{pmatrix} \quad (15)$$

$(u_0^k, v_0^k)$  étant l'intersection de l'axe optique et du plan image  $k$ , on peut utiliser l'approximation suivante:  $(u_0^k, v_0^k) = (0, 0)$ , ce qui permet de simplifier les matrices de projection et par suite les valeurs des paramètres issus des systèmes trilineaires. On obtient ainsi:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = \gamma_7 = \theta_7 = t_1^2.k_u^2.f^2.r_{31}^3 - r_{11}^2.k_u^2.f^2.t_3^3 \\ \alpha_2 = \gamma_8 = \theta_8 = t_1^2.k_u^2.f^2.r_{32}^3 - r_{12}^2.k_u^2.f^2.t_3^3 \\ \alpha_3 = \gamma_9 = \theta_9 = t_1^2.k_u^2.f^2.r_{33}^3 - r_{13}^2.k_u^2.f^2.t_3^3 \\ \alpha_4 = \beta_4 = \gamma_4 = \theta_4 = r_{31}^2.t_3^3 - t_3^2.r_{31}^3 \\ \alpha_5 = \beta_5 = \gamma_5 = \theta_5 = r_{32}^2.t_3^3 - t_3^2.r_{32}^3 \\ \alpha_6 = \beta_6 = \gamma_6 = \theta_6 = r_{33}^2.t_3^3 - t_3^2.r_{33}^3 \\ \alpha_7 = \beta_7 = \gamma_1 = t_2^2.k_u^3.f^3.r_{11}^3 - r_{31}^2.k_u^3.f^3.t_1^3 \\ \alpha_8 = \beta_8 = \gamma_2 = t_2^2.k_u^3.f^3.r_{12}^3 - r_{32}^2.k_u^3.f^3.t_1^3 \\ \alpha_9 = \beta_9 = \gamma_3 = t_2^2.k_u^3.f^3.r_{13}^3 - r_{33}^2.k_u^3.f^3.t_1^3 \\ \alpha_{10} = \gamma_{10} = t_1^3.k_u^2.f^2.k_u^3.f^3.r_{11}^2 - r_{11}^3.k_u^2.f^2.k_u^3.f^3.t_1^2 \\ \alpha_{11} = \gamma_{11} = t_1^3.k_u^2.f^2.k_u^3.f^3.r_{12}^2 - r_{12}^3.k_u^2.f^2.k_u^3.f^3.t_1^2 \\ \alpha_{12} = \gamma_{12} = t_1^3.k_u^2.f^2.k_u^3.f^3.r_{13}^2 - r_{13}^3.k_u^2.f^2.k_u^3.f^3.t_1^2 \\ \alpha_{13} = \beta_{13} = \theta_1 = t_2^2.k_v^3.f^3.r_{21}^3 - r_{31}^2.k_v^3.f^3.t_2^3 \\ \alpha_{14} = \beta_{14} = \theta_2 = t_2^2.k_v^3.f^3.r_{22}^3 - r_{32}^2.k_v^3.f^3.t_2^3 \\ \alpha_{15} = \beta_{15} = \theta_3 = t_2^2.k_v^3.f^3.r_{23}^3 - r_{33}^2.k_v^3.f^3.t_2^3 \\ \alpha_{16} = \theta_{10} = t_2^3.k_u^2.f^2.k_v^3.f^3.r_{11}^2 - r_{21}^3.k_u^2.f^2.k_v^3.f^3.t_1^2 \\ \alpha_{17} = \theta_{11} = t_2^3.k_u^2.f^2.k_v^3.f^3.r_{12}^2 - r_{22}^3.k_u^2.f^2.k_v^3.f^3.t_1^2 \\ \alpha_{18} = \theta_{12} = t_2^3.k_u^2.f^2.k_v^3.f^3.r_{13}^2 - r_{23}^3.k_u^2.f^2.k_v^3.f^3.t_1^2 \\ \beta_1 = \gamma_{13} = \theta_{13} = t_2^2.k_v^2.f^2.r_{31}^3 - r_{21}^2.k_v^2.f^2.t_3^3 \\ \beta_2 = \gamma_{14} = \theta_{14} = t_2^2.k_v^2.f^2.r_{32}^3 - r_{22}^2.k_v^2.f^2.t_3^3 \\ \beta_3 = \gamma_{15} = \theta_{15} = t_2^2.k_v^2.f^2.r_{33}^3 - r_{23}^2.k_v^2.f^2.t_3^3 \\ \beta_{10} = \gamma_{16} = t_1^3.k_v^2.f^2.k_u^3.f^3.r_{21}^2 - r_{11}^3.k_v^2.f^2.k_u^3.f^3.t_2^2 \\ \beta_{11} = \gamma_{17} = t_1^3.k_v^2.f^2.k_u^3.f^3.r_{22}^2 - r_{12}^3.k_v^2.f^2.k_u^3.f^3.t_2^2 \\ \beta_{12} = \gamma_{18} = t_1^3.k_v^2.f^2.k_u^3.f^3.r_{23}^2 - r_{13}^3.k_v^2.f^2.k_u^3.f^3.t_2^2 \\ \beta_{16} = \theta_{16} = t_2^3.k_v^2.f^2.k_v^3.f^3.r_{21}^2 - r_{21}^3.k_v^2.f^2.k_v^3.f^3.t_2^2 \\ \beta_{17} = \theta_{17} = t_2^3.k_v^2.f^2.k_v^3.f^3.r_{22}^2 - r_{22}^3.k_v^2.f^2.k_v^3.f^3.t_2^2 \\ \beta_{18} = \theta_{18} = t_2^3.k_v^2.f^2.k_v^3.f^3.r_{23}^2 - r_{23}^3.k_v^2.f^2.k_v^3.f^3.t_2^2 \end{array} \right. \quad (16)$$

### 3 Changement de focale de la caméra intermédiaire

On connaît, par exemple, l'expression des paramètres de la 1<sup>ère</sup> forme du système trilineaire suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = -t_3^3 \cdot (r_{11}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{31}^2 \cdot u_0^2) + (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot r_{31}^3 \\ \alpha_2 = -t_3^3 \cdot (r_{12}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{32}^2 \cdot u_0^2) + (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot r_{32}^3 \\ \alpha_3 = -t_3^3 \cdot (r_{13}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{33}^2 \cdot u_0^2) + (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot r_{33}^3 \\ \alpha_4 = t_3^3 \cdot r_{31}^2 - t_3^2 \cdot r_{31}^3 \\ \alpha_5 = t_3^3 \cdot r_{32}^2 - t_3^2 \cdot r_{32}^3 \\ \alpha_6 = t_3^3 \cdot r_{33}^2 - t_3^2 \cdot r_{33}^3 \\ \alpha_7 = -(t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 + t_3^3 \cdot u_0^3) \cdot r_{31}^2 + t_3^2 \cdot (r_{11}^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 + r_{31}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_8 = -(t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 + t_3^3 \cdot u_0^3) \cdot r_{32}^2 + t_3^2 \cdot (r_{12}^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 + r_{32}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_9 = -(t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 + t_3^3 \cdot u_0^3) \cdot r_{33}^2 + t_3^2 \cdot (r_{13}^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 + r_{33}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_{10} = (t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 + t_3^3 \cdot u_0^3) \cdot (r_{11}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{31}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot (r_{11}^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 + r_{31}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_{11} = (t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 + t_3^3 \cdot u_0^3) \cdot (r_{12}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{32}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot (r_{12}^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 + r_{32}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_{12} = (t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 + t_3^3 \cdot u_0^3) \cdot (r_{13}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{33}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot (r_{13}^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 + r_{33}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_{13} = -(t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 + t_3^3 \cdot v_0^3) \cdot r_{31}^2 + t_3^2 \cdot (r_{21}^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 + r_{31}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{14} = -(t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 + t_3^3 \cdot v_0^3) \cdot r_{32}^2 + t_3^2 \cdot (r_{22}^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 + r_{32}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{15} = -(t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 + t_3^3 \cdot v_0^3) \cdot r_{33}^2 + t_3^2 \cdot (r_{23}^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 + r_{33}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{16} = (t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 + t_3^3 \cdot v_0^3) \cdot (r_{11}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{31}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot (r_{21}^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 + r_{31}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{17} = (t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 + t_3^3 \cdot v_0^3) \cdot (r_{12}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{32}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot (r_{22}^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 + r_{32}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{18} = (t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 + t_3^3 \cdot v_0^3) \cdot (r_{13}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{33}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot (r_{23}^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 + r_{33}^3 \cdot v_0^3) \end{array} \right.$$

Ces paramètres permettent de reconstruire l'image  $(x'', y'')$  à partir de  $\{(x, y); (x', y')\}$  par le système de resynthèse suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} x'' = -\frac{x'(\alpha_7 x + \alpha_8 y + \alpha_9) + \alpha_{10} x + \alpha_{11} y + \alpha_{12}}{(\alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3) + x'(\alpha_4 x + \alpha_5 y + \alpha_6)} \\ y'' = -\frac{x'(\alpha_{13} x + \alpha_{14} y + \alpha_{15}) + \alpha_{16} x + \alpha_{17} y + \alpha_{18}}{(\alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3) + x'(\alpha_4 x + \alpha_5 y + \alpha_6)} \end{array} \right.$$

Si l'on décide de resynthétiser une vue inconnue équivalente à la vue que l'on aurait obtenue si la focale de la caméra relative à la vue reconstruite avait été différente, il suffit de répercuter ce changement de focale dans l'expression des paramètres du système trinéaire. Ainsi la focale  $f^3$  est multipliée dans ces équations par un facteur  $a$  et on obtient, après renommage et renomérotation les nouveaux paramètres  $(\alpha_i^*)$  suivants:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1^* = -t_3^3 \cdot (r_{11}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{31}^2 \cdot u_0^2) + (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot r_{31}^3 \\ \alpha_2^* = -t_3^3 \cdot (r_{12}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{32}^2 \cdot u_0^2) + (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot r_{32}^3 \\ \alpha_3^* = -t_3^3 \cdot (r_{13}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{33}^2 \cdot u_0^2) + (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot r_{33}^3 \\ \alpha_4^* = t_3^3 \cdot r_{31}^2 - t_3^2 \cdot r_{31}^3 \\ \alpha_5^* = t_3^3 \cdot r_{32}^2 - t_3^2 \cdot r_{32}^3 \\ \alpha_6^* = t_3^3 \cdot r_{33}^2 - t_3^2 \cdot r_{33}^3 \\ \alpha_7^* = -(t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 + t_3^3 \cdot u_0^3) \cdot r_{31}^2 + t_3^2 \cdot (r_{11}^3 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 + r_{31}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_8^* = -(t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 + t_3^3 \cdot u_0^3) \cdot r_{32}^2 + t_3^2 \cdot (r_{12}^3 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 + r_{32}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_9^* = -(t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 + t_3^3 \cdot u_0^3) \cdot r_{33}^2 + t_3^2 \cdot (r_{13}^3 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 + r_{33}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_{10}^* = (t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 + t_3^3 \cdot u_0^3) \cdot (r_{11}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{31}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot (r_{11}^3 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 + r_{31}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_{11}^* = (t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 + t_3^3 \cdot u_0^3) \cdot (r_{12}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{32}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot (r_{12}^3 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 + r_{32}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_{12}^* = (t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 + t_3^3 \cdot u_0^3) \cdot (r_{13}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{33}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot (r_{13}^3 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 + r_{33}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_{13}^* = -(t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 + t_3^3 \cdot v_0^3) \cdot r_{31}^2 + t_3^2 \cdot (r_{21}^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 + r_{31}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{14}^* = -(t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 + t_3^3 \cdot v_0^3) \cdot r_{32}^2 + t_3^2 \cdot (r_{22}^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 + r_{32}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{15}^* = -(t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 + t_3^3 \cdot v_0^3) \cdot r_{33}^2 + t_3^2 \cdot (r_{23}^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 + r_{33}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{16}^* = (t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 + t_3^3 \cdot v_0^3) \cdot (r_{11}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{31}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot (r_{21}^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 + r_{31}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{17}^* = (t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 + t_3^3 \cdot v_0^3) \cdot (r_{12}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{32}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot (r_{22}^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 + r_{32}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{18}^* = (t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 + t_3^3 \cdot v_0^3) \cdot (r_{13}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{33}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot (r_{23}^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 + r_{33}^3 \cdot v_0^3) \end{array} \right.$$

Ce qui peut être ré-écrit sous la forme:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1^* = \alpha_1 \\ \alpha_2^* = \alpha_2 \\ \alpha_3^* = \alpha_3 \\ \alpha_4^* = \alpha_4 \\ \alpha_5^* = \alpha_5 \\ \alpha_6^* = \alpha_6 \\ \alpha_7^* = a \cdot \alpha_7 - (a - 1)(-t_3^3 \cdot u_0^3 \cdot r_{31}^2 + t_3^2 \cdot r_{31}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_8^* = a \cdot \alpha_8 - (a - 1)(-t_3^3 \cdot u_0^3 \cdot r_{32}^2 + t_3^2 \cdot r_{32}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_9^* = a \cdot \alpha_9 - (a - 1)(-t_3^3 \cdot u_0^3 \cdot r_{33}^2 + t_3^2 \cdot r_{33}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_{10}^* = a \cdot \alpha_{10} - (a - 1)(t_3^3 \cdot u_0^3 \cdot (r_{11}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{31}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot r_{31}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_{11}^* = a \cdot \alpha_{11} - (a - 1)(t_3^3 \cdot u_0^3 \cdot (r_{12}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{32}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot r_{32}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_{12}^* = a \cdot \alpha_{12} - (a - 1)(t_3^3 \cdot u_0^3 \cdot (r_{13}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{33}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot r_{33}^3 \cdot u_0^3) \\ \alpha_{13}^* = a \cdot \alpha_{13} - (a - 1)(-t_3^3 \cdot v_0^3 \cdot r_{31}^2 + t_3^2 \cdot r_{31}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{14}^* = a \cdot \alpha_{14} - (a - 1)(-t_3^3 \cdot v_0^3 \cdot r_{32}^2 + t_3^2 \cdot r_{32}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{15}^* = a \cdot \alpha_{15} - (a - 1)(-t_3^3 \cdot v_0^3 \cdot r_{33}^2 + t_3^2 \cdot r_{33}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{16}^* = a \cdot \alpha_{16} - (a - 1)(t_3^3 \cdot v_0^3 \cdot (r_{11}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{31}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot r_{31}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{17}^* = a \cdot \alpha_{17} - (a - 1)(t_3^3 \cdot v_0^3 \cdot (r_{12}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{32}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot r_{32}^3 \cdot v_0^3) \\ \alpha_{18}^* = a \cdot \alpha_{18} - (a - 1)(t_3^3 \cdot v_0^3 \cdot (r_{13}^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + r_{33}^2 \cdot u_0^2) - (t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot f^2 + t_3^2 \cdot u_0^2) \cdot r_{33}^3 \cdot v_0^3) \end{array} \right.$$

Ou encore plus simplement:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1^* = \alpha_1 \\ \alpha_2^* = \alpha_2 \\ \alpha_3^* = \alpha_3 \\ \alpha_4^* = \alpha_4 \\ \alpha_5^* = \alpha_5 \\ \alpha_6^* = \alpha_6 \\ \alpha_7^* = a.\alpha_7 + (a-1)u_0^3.\alpha_4 \\ \alpha_8^* = a.\alpha_8 + (a-1)u_0^3.\alpha_5 \\ \alpha_9^* = a.\alpha_9 + (a-1)u_0^3.\alpha_6 \\ \alpha_{10}^* = a.\alpha_{10} + (a-1)u_0^3.\alpha_1 \\ \alpha_{11}^* = a.\alpha_{11} + (a-1)u_0^3.\alpha_2 \\ \alpha_{12}^* = a.\alpha_{12} + (a-1)u_0^3.\alpha_3 \\ \alpha_{13}^* = a.\alpha_{13} + (a-1)v_0^3.\alpha_4 \\ \alpha_{14}^* = a.\alpha_{14} + (a-1)v_0^3.\alpha_5 \\ \alpha_{15}^* = a.\alpha_{15} + (a-1)v_0^3.\alpha_6 \\ \alpha_{16}^* = a.\alpha_{16} + (a-1)v_0^3.\alpha_1 \\ \alpha_{17}^* = a.\alpha_{17} + (a-1)v_0^3.\alpha_2 \\ \alpha_{18}^* = a.\alpha_{18} + (a-1)v_0^3.\alpha_3 \end{array} \right.$$

$(u_0^k, v_0^k)$  étant l'intersection de l'axe optique et du plan image  $k$ , nous avons déjà justifié l'hypothèse  $(u_0^k, v_0^k) = (0, 0)$ , ce qui nous permet de simplifier encore les variations des paramètres trilineaires correspondant à un changement de focale de la caméra en question:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_i^* = \alpha_i \quad i = 1..6 \\ \alpha_i^* = a.\alpha_i \quad i = 7..18 \end{array} \right. \quad (17)$$

Cette transformation est très intéressante puisqu'elle permet de changer la focale de la caméra correspondant à la vue à reconstruire, on obtient alors une vue zoomée, en omettant complètement les paramètres de calibration, puisque la transformation se réduit à une nouvelle expression des paramètres issus du système trilineaire uniquement en fonction des anciennes valeurs précalculées de ces paramètres.

### Si on s'intéresse aux autres formes:

#### 2<sup>i</sup>ème forme:

Cette forme permet aussi de reconstruire  $(x'', y'')$  en fonction de  $\{(x, y); (x', y')\}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} x'' = -\frac{y'(\beta_7 x + \beta_8 y + \beta_9) + \beta_{10} x + \beta_{11} y + \beta_{12}}{\beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 + y'(\beta_4 x + \beta_5 y + \beta_6)} \\ y'' = -\frac{y'(\beta_{13} x + \beta_{14} y + \beta_{15}) + \beta_{16} x + \beta_{17} y + \beta_{18}}{\beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 + y'(\beta_4 x + \beta_5 y + \beta_6)} \end{array} \right.$$

Donc changer la focale de la caméra relative à la vue à reconstruire revient à effectuer la transformation:  $f^3 \longrightarrow a f^3$ , ce qui se traduit sur les valeurs des

paramètres par:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_1^* = \beta_1 \\ \beta_2^* = \beta_2 \\ \beta_3^* = \beta_3 \\ \beta_4^* = \beta_4 \\ \beta_5^* = \beta_5 \\ \beta_6^* = \beta_6 \\ \beta_7^* = t_3^2 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot r_{11}^3 - r_{31}^2 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot t_1^3 \\ \beta_8^* = t_3^2 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot r_{12}^3 - r_{32}^2 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot t_1^3 \\ \beta_9^* = t_3^2 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot r_{13}^3 - r_{33}^2 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot t_1^3 \\ \beta_{10}^* = t_1^3 \cdot k_v^2 \cdot f^2 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot r_{21}^2 - r_{11}^3 \cdot k_v^2 \cdot f^2 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot t_2^2 \\ \beta_{11}^* = t_1^3 \cdot k_v^2 \cdot f^2 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot r_{22}^2 - r_{12}^3 \cdot k_v^2 \cdot f^2 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot t_2^2 \\ \beta_{12}^* = t_1^3 \cdot k_v^2 \cdot f^2 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot r_{23}^2 - r_{13}^3 \cdot k_v^2 \cdot f^2 \cdot k_u^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot t_2^2 \\ \beta_{13}^* = t_3^2 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot r_{21}^3 - r_{31}^2 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot t_2^3 \\ \beta_{14}^* = t_3^2 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot r_{22}^3 - r_{32}^2 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot t_2^3 \\ \beta_{15}^* = t_3^2 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot r_{23}^3 - r_{33}^2 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot t_2^3 \\ \beta_{16}^* = t_3^2 \cdot k_v^2 \cdot f^2 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot r_{21}^2 - r_{21}^3 \cdot k_v^2 \cdot f^2 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot t_2^2 \\ \beta_{17}^* = t_3^2 \cdot k_v^2 \cdot f^2 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot r_{22}^2 - r_{22}^3 \cdot k_v^2 \cdot f^2 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot t_2^2 \\ \beta_{18}^* = t_3^2 \cdot k_v^2 \cdot f^2 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot r_{23}^2 - r_{23}^3 \cdot k_v^2 \cdot f^2 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^3 \cdot t_2^2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta_i^* = \beta_i \quad i = 1..6 \\ \beta_i^* = a \cdot \beta_i \quad i = 7..18 \end{array} \right. \quad (18)$$

3<sup>ième</sup> forme:

Grâce à la 3<sup>ième</sup> forme, on peut resynthétiser  $(x', y')$  en fonction de  $\{(x, y); (x'', y'')\}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = -\frac{x''(\gamma_7 x + \gamma_8 y + \gamma_9) + \gamma_{10} x + \gamma_{11} y + \gamma_{12}}{\gamma_1 x + \gamma_2 y + \gamma_3 + x''(\gamma_4 x + \gamma_5 y + \gamma_6)} \\ y' = -\frac{x''(\gamma_{13} x + \gamma_{14} y + \gamma_{15}) + \gamma_{16} x + \gamma_{17} y + \gamma_{18}}{\gamma_1 x + \gamma_2 y + \gamma_3 + y''(\gamma_4 x + \gamma_5 y + \gamma_6)} \end{array} \right.$$

Variations des paramètres correspondant à un changement de focale de la caméra

relative à la vue à resynthétiser ( $f^2 \longrightarrow a.f^2$ ):

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_1^* = \gamma_1 \\ \gamma_2^* = \gamma_2 \\ \gamma_3^* = \gamma_3 \\ \gamma_4^* = \gamma_4 \\ \gamma_5^* = \gamma_5 \\ \gamma_6^* = \gamma_6 \\ \gamma_7^* = t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{31}^3 - t_3^3 \cdot r_{11}^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \\ \gamma_8^* = t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{32}^3 - t_3^3 \cdot r_{12}^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \\ \gamma_9^* = t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{33}^3 - t_3^3 \cdot r_{13}^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \\ \gamma_{10}^* = t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 \cdot r_{11}^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 - t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{11}^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 \\ \gamma_{11}^* = t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 \cdot r_{12}^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 - t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{12}^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 \\ \gamma_{12}^* = t_1^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 \cdot r_{13}^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 - t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{13}^3 \cdot k_u^3 \cdot f^3 \\ \gamma_{13}^* = t_2^2 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{31}^3 - r_{21}^2 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot t_3^3 \\ \gamma_{14}^* = t_2^2 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{32}^3 - r_{22}^2 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot t_3^3 \\ \gamma_{15}^* = t_2^2 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{33}^3 - r_{23}^2 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot t_3^3 \\ \gamma_{16}^* = t_1^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^2 \cdot k_u^3 \cdot f^3 \cdot r_{21}^2 - r_{11}^3 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot k_u^3 \cdot f^3 \cdot t_2^2 \\ \gamma_{17}^* = t_1^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^2 \cdot k_u^3 \cdot f^3 \cdot r_{22}^2 - r_{12}^3 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot k_u^3 \cdot f^3 \cdot t_2^2 \\ \gamma_{18}^* = t_1^3 \cdot k_v^3 \cdot a \cdot f^2 \cdot k_u^3 \cdot f^3 \cdot r_{23}^2 - r_{13}^3 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot k_u^3 \cdot f^3 \cdot t_2^2 \end{array} \right.$$

C'est à dire:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \gamma_i^* = \gamma_i & i = 1..6 \\ \gamma_i^* = a \cdot \gamma_i & i = 7..18 \end{array} \right. \quad (19)$$

4<sup>ième</sup> forme:

Là aussi on resynthétise  $(x', y')$  en fonction de  $\{(x, y); (x'', y'')\}$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = -\frac{y''(\theta_7 x + \theta_8 y + \theta_9) + \theta_{10} x + \theta_{11} y + \theta_{12}}{\theta_1 x + \theta_2 y + \theta_3} + x' y'' (\theta_4 x + \theta_5 y + \theta_6) \\ y' = -\frac{y''(\theta_{13} x + \theta_{14} y + \theta_{15}) + \theta_{16} x + \theta_{17} y + \theta_{18}}{\theta_1 x + \theta_2 y + \theta_3} + y' y'' (\theta_4 x + \theta_5 y + \theta_6) \end{array} \right.$$

Le changement de focale  $f^2 \longrightarrow a.f^2$  se répercute de la façon suivante sur les 18

paramètres:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_1^* = \theta_1 \\ \theta_2^* = \theta_2 \\ \theta_3^* = \theta_3 \\ \theta_4^* = \theta_4 \\ \theta_5^* = \theta_5 \\ \theta_6^* = \theta_6 \\ \theta_7^* = t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{31}^3 - t_3^3 \cdot r_{11}^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \\ \theta_8^* = t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{32}^3 - t_3^3 \cdot r_{12}^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \\ \theta_9^* = t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{33}^3 - t_3^3 \cdot r_{13}^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \\ \theta_{10}^* = t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 \cdot r_{11}^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 - t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{21}^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 \\ \theta_{11}^* = t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 \cdot r_{12}^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 - t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{22}^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 \\ \theta_{12}^* = t_2^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 \cdot r_{13}^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 - t_1^2 \cdot k_u^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{23}^3 \cdot k_v^3 \cdot f^3 \\ \theta_{13}^* = t_2^2 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{31}^3 - r_{21}^2 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot t_3^3 \\ \theta_{14}^* = t_2^2 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{32}^3 - r_{22}^2 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot t_3^3 \\ \theta_{15}^* = t_2^2 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot r_{33}^3 - r_{23}^2 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot t_3^3 \\ \theta_{16}^* = t_2^3 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot k_v^3 \cdot f^3 \cdot r_{21}^2 - r_{21}^3 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot k_v^3 \cdot f^3 \cdot t_2^2 \\ \theta_{17}^* = t_2^3 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot k_v^3 \cdot f^3 \cdot r_{22}^2 - r_{22}^3 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot k_v^3 \cdot f^3 \cdot t_2^2 \\ \theta_{18}^* = t_2^3 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot k_v^3 \cdot f^3 \cdot r_{23}^2 - r_{23}^3 \cdot k_v^2 \cdot a \cdot f^2 \cdot k_v^3 \cdot f^3 \cdot t_2^2 \end{array} \right.$$

Soit:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \theta_i^* = \theta_i & i = 1..6 \\ \theta_i^* = a \cdot \theta_i & i = 7..18 \end{array} \right. \quad (20)$$

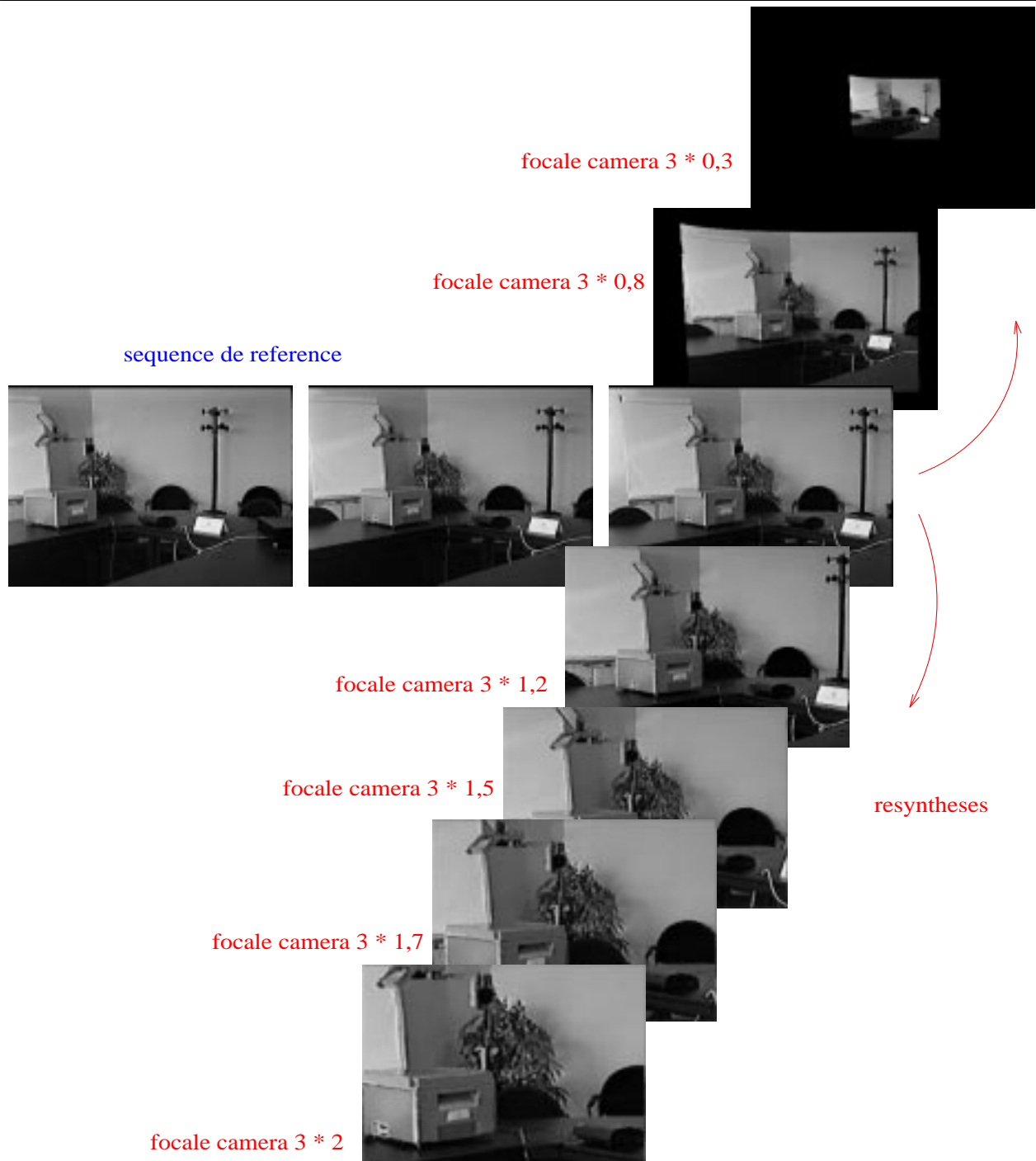
**Conclusion:**

Si on veut synthétiser la vue que l'on obtiendrait grâce à une caméra dont on aurait changé la focale, la transformation à appliquer aux 18 paramètres du système est la même quelque soit la forme trilinéaire utilisée sur la séquence d'images de référence.

## 4 Exemples de vues synthétisées par défocalisation

### SPATIALISATION VIDEO : Effet de zoom sur la reconstruction

---

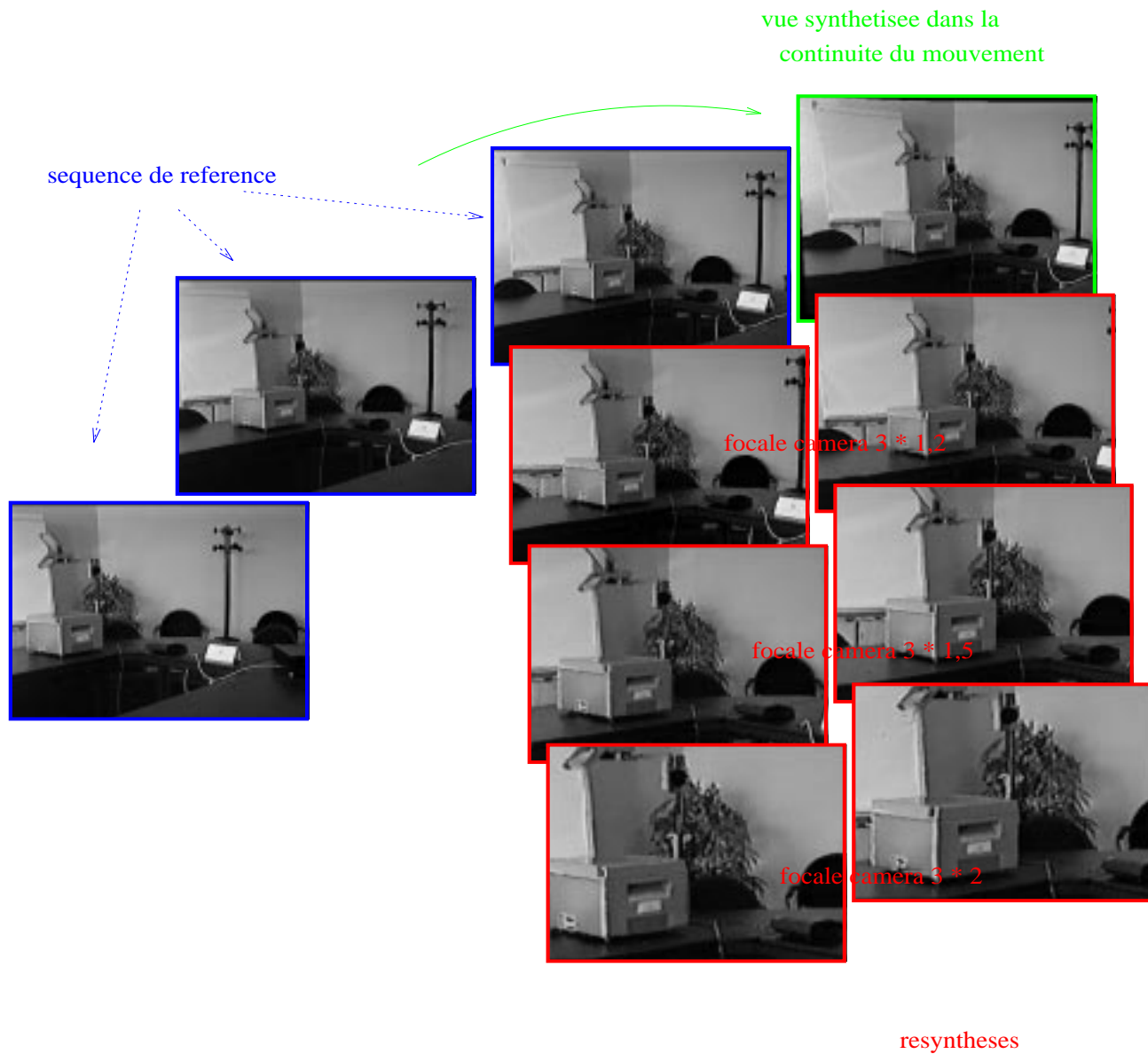


---

Auteurs : FINTZEL Katia    DUGELAY Jean-Luc

*Vues synthétisées par défocalisation de la troisième caméra*



**SPATIALISATION VIDEO :** Combinaison de 2 types d'extensions

Auteurs : FINTZEL Katia    DUGELAY Jean-Luc

*Combinaison de la défocalisation avec les autres types d'extensions*

## 5 Conclusion

Nous avons donc clairement établi les quatre expressions du système de relations trinéaires associé à une séquence de trois images d'une même scène 3D. Puis nous avons vérifié que la simulation d'une défocalisation réelle de la caméra relative à la vue à reconstruire entraîne toujours une transformation sur les mêmes paramètres quelque soit l'expression du système utilisée.

Des travaux similaires sont à l'étude sur les mouvements de caméra (translations, rotations ...), mais les premiers résultats obtenus ne sont pas exploitables aussi directement que pour le changement de focale. En effet, les transformations subies par le vecteur de paramètres ne sont pas aussi facilement exprimées uniquement en fonction des valeurs pré-calculées de ces mêmes paramètres. Aussi, il sera sans doute nécessaire d'intégrer certaines d'hypothèses (à déterminer en fonction de l'application visée) relatives aux positions des caméras de référence.

La gestion effective des quatre différentes formes d'un système de relations trinéaires reste encore en perspectives. En effet, suivant la séquence d'images à traiter il faudra déterminer la forme la plus adaptée, ou nous pourrons encore combiner les résultats obtenus avec les diverses formes afin de rendre nos résultats les plus robustes possible.

## References

- [1] K Fintzel. “Spatialisation Vidéo”. Technical report, EURECOM, Département Communications Multimédia, Sophia Antipolis, France, Sept. 1995.
- [2] K. Fintzel & J-L. Dugelay. “Spatialisation Vidéo”. In *Proc. CORESA '96 Conf.*, CNET Grenoble, France, Fév. 1996.
- [3] J-L Dugelay & K Fintzel. “Image Reconstruction and Interpolation in Trinocular Vision”. In *Proc. IMAGE'COM 96 Conf.*, Bordeaux, France, May 1996.
- [4] J Blanc & R Mohr P Bobet. “Aspect cachés de la trilinearité”. In *Proc. RFIA '96 Conf.*, pages 137–146, Rennes, France, Janv. 1996.